# Introdução

A **Estática** é a parte da Física que estuda os corpos e estruturas em equilíbrio, sendo o ramo que permite o projeto e execução das construções cada vez mais grandiosas e elaboradas.

Corpos em **equilíbrio** são aqueles que não sofrem atuação de nenhuma **força resultante**, no caso geral, e nenhum **momento de força resultante**, no caso dos corpos extensos.

Analisando a segunda lei de Newton, um sistema de forças onde a resultante é nula implica que a aceleração do sistema seja igual a zero, ou seja, ele deve estar **parado** (**equilíbrio estático**) ou **se movimentando com velocidade constante** (**equilíbrio dinâmico**).

Além das grandiosas aplicações da Estática, é por meio dela que se explicam fenômenos como:

- Por que em uma mesa sustentada por dois pés, estes precisam estar em determinada posição para que a estrutura não balance?
- Por que a maçaneta de uma porta sempre é colocada no ponto mais distante em relação às suas dobradiças?
- Por que um quadro pendurado em um prego precisa estar preso exatamente em sua metade?
- Por que é mais fácil quebrar um ovo pelas laterais do que por suas extremidades?

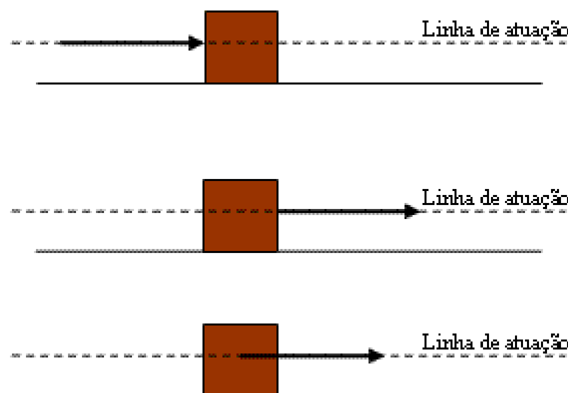
No estudo de Estática costuma-se dividir o conteúdo em duas partes:

- **Estática de um ponto material:** analisa as condições de estaticidade de um corpo adimensional, ou seja, que só tem possibilidade de ser transladado.
- **Estática de um corpo extenso:** analisa as condições de estaticidade de corpos com dimensões relevantes, que podem girar, além de ser transladados.

Para aplicarmos a fundamentação teórica vista em Dinâmica e Cinemática, é necessário que se parta de alguns conceitos de ordem prática:

## Princípio da Transmissibilidade das Forças

O efeito de uma força não é alterado quando esta é aplicada em diferentes pontos do corpo, desde que seja aplicada ao longo de sua **linha de ação** (ou atuação). Por sua vez, a linha de ação representa a direção na qual o corpo se movimenta (ou tende a se movimentar), devido à aplicação da força.



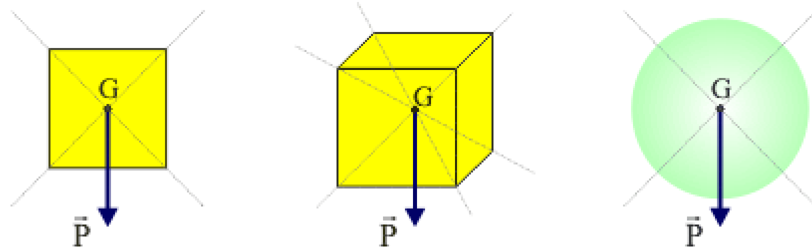

*A figura mostra a mesma força sendo aplicada em diferentes pontos do corpo, sobre a linha de atuação. Em todos os casos o efeito observado devido à aplicação da força é o mesmo.*

### Centro de Gravidade (G)

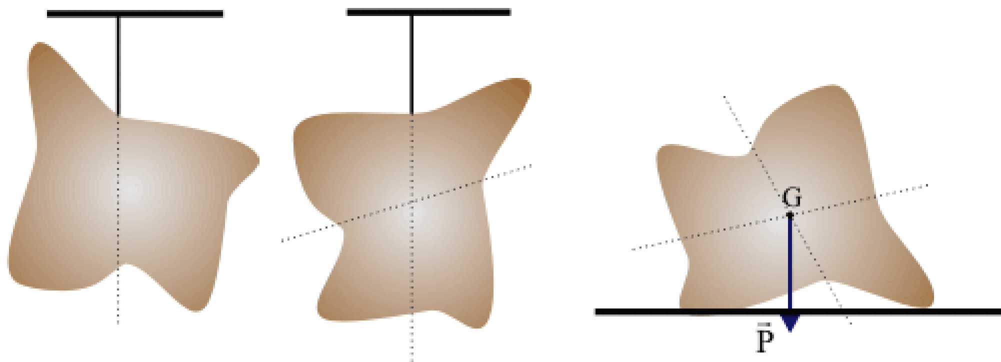
Os corpos extensos podem ser analisados como uma sistema de infinitas partículas, cada qual com mesma massa, concentrada em apenas um ponto.

A resultante dos pesos de cada uma das partículas do sistema resulta no peso do próprio corpo, que pode ser representado como uma única força aplicada a um ponto que representa todo o corpo: o centro de gravidade.

Para os corpos homogêneos, isto é, aqueles que têm distribuição uniforme de massa e que apresentam simetria em relação a algum eixo (cubos, esferas, cilindros, etc.), o centro de gravidade está localizado sobre este eixo.




Corpos que não apresentam simetria podem ter seu centro de gravidade determinado de forma prática: suspende-se o corpo por um fio e traça-se um reta vertical, na posição em que o corpo mantém o equilíbrio. Suspende-se novamente o corpo, em outra posição, e repete-se o procedimento. O ponto onde ocorre o cruzamento das duas retas traçadas corresponde ao centro de gravidade do corpo:




Para os casos gerais, o centro de gravidade coincide com o centro de massa do corpo. Tal consideração não poderia ser feita se as dimensões do corpo fossem extremamente grandes, de modo que a orientação do vetor gravidade não fosse a mesma para todos os pontos do corpo.

Ainda existem casos particulares em que o centro de gravidade e de massa do corpo não se localizam "dentro" dele, como, por exemplo, uma esfera oca, que tem o centro de gravidade localizado no espaço vazio de seu interior.

# Estática de um Ponto Material

Ponto material é a forma como são tratados os corpos com dimensões que não são relevantes em consideração ao sistema analisado. Essa consideração implica numa simplificação dos cálculos de estaticidade, já que o "ponto" tem apenas a liberdade de ser transladado.

Para que um ponto material esteja em equilíbrio, é necessário que todas as forças que atuam sobre ele se anulem entre si, de modo que a força resultante seja nula. Tal condição é expressa matematicamente como:

$$\sum \vec{F} = 0$$

A representação acima indica que a soma vetorial de todas as forças aplicadas a um ponto estático é igual a zero. Tal soma pode ser feita utilizando-se dois métodos, equivalentes entre si:

- Método das decomposições cartesianas.
- Método do polígono fechado.

## Metodo das Decomposições Cartesianas

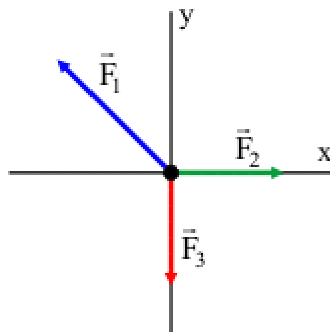
Esse método consiste em decompor cada força em componentes na direção dos eixos cartesianos e, então, aplicar a condição de equilíbrio em cada uma das direções.

Para forças que atuam em duas dimensões (plano x-y):

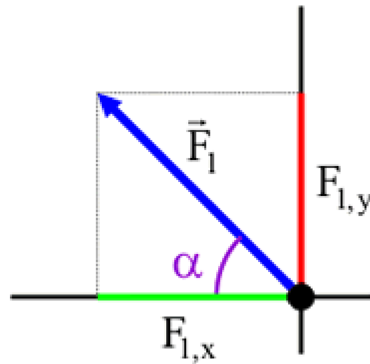
$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

No sistema de forças abaixo, por exemplo:




Verifica-se que duas das forças já estão sobre os eixos coordenados (**$F_2$** e **$F_3$**), então só é necessário decompor a força aplicada no segundo quadrante. Essa decomposição é feita em termos do ângulo entre a força e um dos eixos, ou seja:




A partir das relações trigonométricas de seno e cosseno:

$$\cos\alpha = \frac{F_{1x}}{|\vec{F}_1|}$$

logo:

$$F_{1x} = |\vec{F}_1| \cdot \cos\alpha$$

Da mesma forma:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{F_{1y}}{|\vec{F}_1|}$$

logo:

$$F_{1y} = |\vec{F}_1| \cdot \text{sen}\,\alpha$$

Ao analisar as condições de equilíbrio:

$\sum F_x = 0$ :

$$-F_{1x} + F_2 = 0$$

$$F_2 = F_{1x}$$

$$F_2 = |\vec{F}_1| \cdot \cos\alpha$$

$\sum F_y = 0$ :

$$-F_3 + F_{1y} = 0$$

$$F_3 = F_{1y}$$

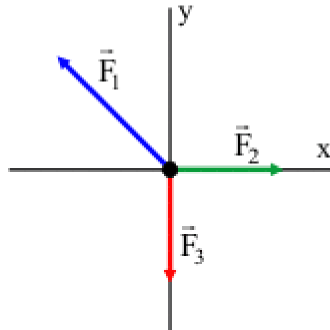
$$F_2 = |\vec{F}_1| \cdot \text{sen}\,\alpha$$

Ou seja, supondo que o problema fornecesse os módulos de cada força e pedisse a direção do vetor $\mathbf{F_1}$**,** aplicando-se essas equações seria possível calcular as duas componentes de tal vetor.

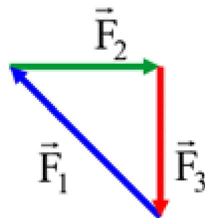
### Método do Polígono Fechado

Esse método consiste em ligar os vetores aplicados ao ponto, colocando o início de um no final do outro. Para que o vetor soma seja nulo, é necessário que a extremidade do útimo vetor encontre a origem do primeiro, de modo que se forme um polígono fechado.

Por exemplo, no mesmo sistema de forças do exemplo anterior:



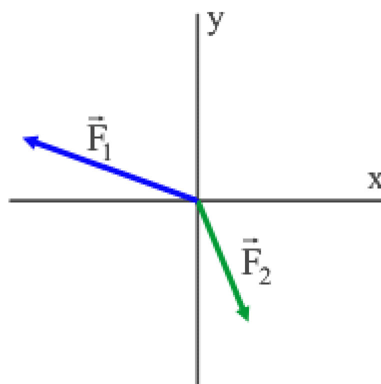

Dispondo os vetores da forma como indicada pelo método:




Conclui-se que o sistema de forças está em equilíbrio, já que o vetor soma é nulo.

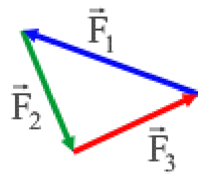
Esse método é eficaz para calcular, graficamente, uma força que precisa ser aplicada para que o corpo fique em equilíbrio.

Por exemplo:

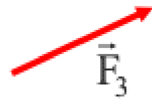



Que força $\mathbf{F_3}$ deve ser aplicada ao sistema para que este esteja em equilíbrio?

Utilizando o método do polígono fechado:

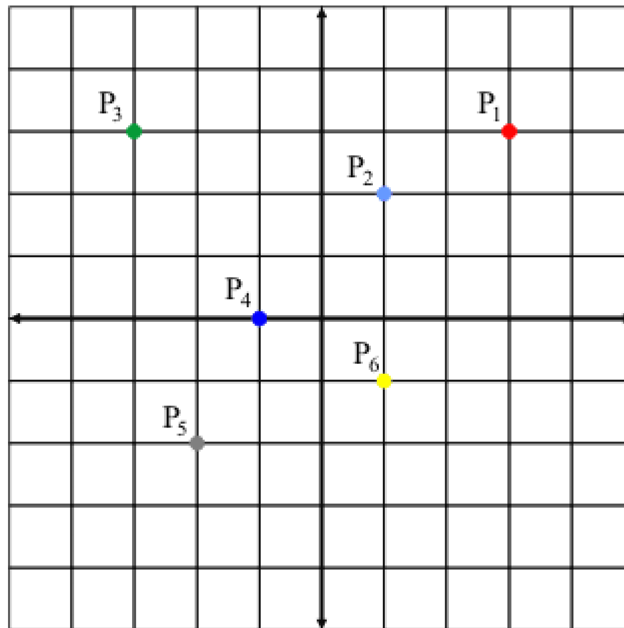



Logo, a força que deve ser aplicada ao sistema é:



## Centro de Massa

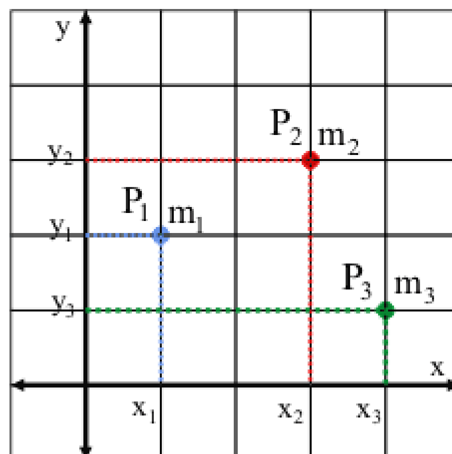
Muitos corpos não podem ser representados por apenas um ponto sem dimensões consideráveis, no qual se concentra toda a massa do sistema. Para contornar esse empecilho, utiliza-se um artifício: divide-se o corpo em partes, as quais podem ser representadas por pontos materiais. Então analisa-se o corpo como um sistema de partículas, cada uma com massa independente da outra e localizada em uma posição diferente. Por exemplo:




Sendo cada um dos pontos descritos no plano acima um ponto material com massa determinada, é necessário calcular o ponto que representa a massa de todo o sistema. Esse ponto é chamado de **centro de massa**.

O centro de massa é descrito formalmente como o ponto geométrico no qual se pode considerar toda a massa do sistema concentrado.

O cálculo do centro de massa dá-se pela média ponderada da massa dos pontos, avaliada em cada direção do plano cartesiano. Assim, para um sistema em duas dimensões:




A posição do centro de massa (CM) é:

$$CM = (x_{CM}, y_{CM})$$

Onde cada um dos componentes é calculado:

$$x_{CM} = \frac{x_1 \cdot m_1 + x_2 \cdot m_2 + x_3 \cdot m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{CM} = \frac{y_1 \cdot m_1 + y_2 \cdot m_2 + y_3 \cdot m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

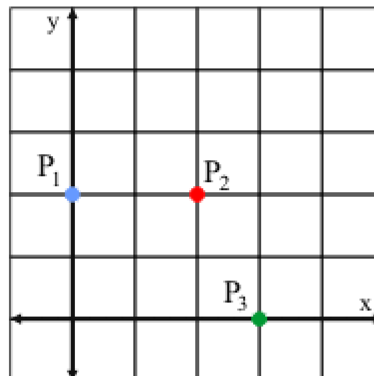
Essas equações podem ser generalizadas para uma quantidade **N** de partículas, de modo que:

$$x_{CM} = \frac{x_1 \cdot m_1 + x_2 \cdot m_2 + \ldots + x_N \cdot m_N}{m_1 + m_2 + \ldots + m_N} = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i \cdot m_i)}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$$

$$y_{CM} = \frac{y_1 \cdot m_1 + y_2 \cdot m_2 + \ldots + y_N \cdot m_N}{m_1 + m_2 + \ldots + m_N} = \frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i \cdot m_i)}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$$

**Exemplo:**

Sendo a massa dos pontos 1, 2 e 3 iguais a 2 kg, 6 kg e 4 kg, respectivamente, determine o centro de massa do sistema abaixo, considerando cada divisão do plano quadriculado igual a 1 m.




*Solução:*

*A posição do centro de massa será determinada:*

$$x_{CM} = \frac{x_1 \cdot m_1 + x_2 \cdot m_2 + x_3 \cdot m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$x_{CM} = \frac{0 \cdot 2 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 4}{2 + 6 + 4} = \frac{24}{12}$$

$$x_{CM} = 2\,m$$

$$y_{CM} = \frac{y_1 \cdot m_1 + y_2 \cdot m_2 + y_3 \cdot m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{CM} = \frac{2 \cdot 2 + 2 \cdot 6 + 0 \cdot 4}{2 + 6 + 4} = \frac{16}{12}$$

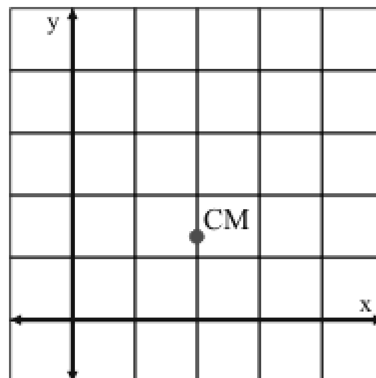
$$y_{CM} = \frac{4}{3} m$$

*Logo, a posição do centro de massa:*

$$CM = (x_{CM}, y_{CM})$$

$$CM = \left(2, \frac{4}{3}\right)_m$$

*No plano:*




**Saiba mais**

Para calcular o centro de massa de corpos que não podem ser simplificados, como nos casos vistos, considera-se que cada ponto do corpo seja um ponto material e, então, calcula-se o centro de massa.

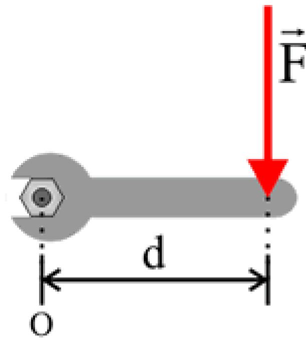
Porém, ao se considerarem partículas infinitamente próximas umas das outras, tem-se uma distribuição contínua de massa, de modo que a soma ponderada é reescrita como uma integral.

# Momento de uma Força

Quando uma força é aplicada a um corpo com dimensões consideráveis, ele adquire tendência de giro, caso a aplicação no ocorra no centro de massa. Esse efeito é frequentemente observado no cotidiano: ao abrirmos uma porta, ao girarmos um cilindro, ao apertarmos um parafuso com uma chave, etc.

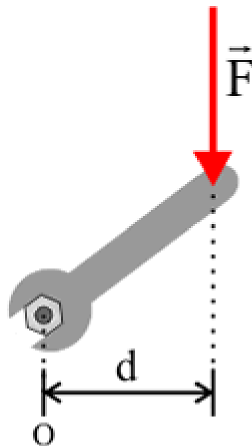
Para que essa tendência de giro seja analisada matematicamente, define-se uma grandeza chamada **Momento de Força (M)**.

O Momento de uma Força é a relação entre a força aplicada e a distância perpendicular da sua linha de atuação ao eixo de rotação do corpo. Caracteriza-se como a capacidade da força em realizar um giro.




Na figura, o ponto **O** é o **eixo de giro do movimento**, chamado de **polo do momento** e **d** representa a **distância entre o ponto de aplicação da força e o polo**.

Essa distância é chamada de **braço do momento** (ou braço de alavanca), e sempre é tomada a partir da direção da aplicação da força. Por exemplo, se a chave da figura fosse inclinada, mudaria o valor de **d**:




A forma matemática do módulo do Momento de Força é:

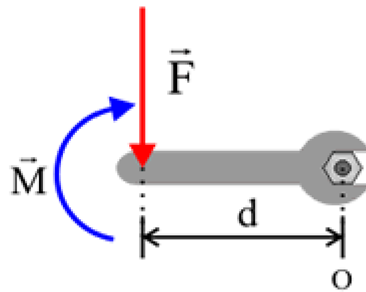
$$M_{F,O} = F \cdot d$$

Onde o índice do Momento refere-se à força F, com polo O.

| |
|---|
| A unidade de medida adotada pelo SI para o Momento de Força é **N.m** (newton vezes metro). |

**O Momento de Força representa um vetor**, localizado em direção ortogonal à força e à direção do braço de momento, ou seja: se a força atua na direção x e o braço de momento tem direção y,

então a direção do Momento de Força será no eixo cartesiano **z**. Porém, por conveniência, constuma-se representar o Momento como um "vetor de giro" no plano cartesiano:




O Momento pode ser positivo ou negativo, dependendo do sentido do giro. Geralmente, adota-se o seguinte padrão:

- **Momento positivo:** rotação no sentido anti-horário;
- **Momento negativo:** rotação no sentido horário.

O **Momento** de um sistema de forças é equivalente à **soma dos momentos de cada força**, ou seja, o seu Momento resultante.

**Exemplo:**

Para abrir uma porta é necessário aplicar a ela um Momento de Força igual a 60 N. Supondo que a força seja aplicada perpendicularmente à porta, calcule a intensidade da força necessária para abri-la quando a força é aplicada:

a) a 20 cm das dobradiças da porta.

b) na maçaneta, que se localiza a 80 cm das dobradiças da porta.

*Solução:*

*Analisando o enunciado do problema, verifica-se que a força é aplicada perpendicularmente ao braço de momento, que é a própria porta. Também conclui-se que o polo de momento é o ponto onde se localizam as dobradiças da porta.*

*Utilizando o módulo do momento pode-se encontrar a força necessária para cada braço de momento especificado, ou seja:*

*a)*

$$M_{F,O} = F \cdot d$$
$$60 = F \cdot 0{,}2$$
$$F = 300N$$

*b)*

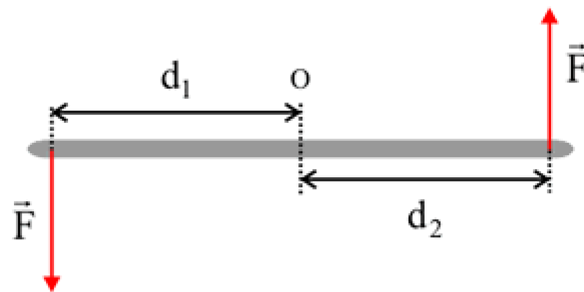
$$M_{F,O} = F \cdot d$$
$$60 = F \cdot 0{,}8$$
$$F = 75N$$

*Conclui-se, portanto, que a força necessária é reduzida ao ser aumentado o tamanho do braço de momento.*

# Binário

Um binário é um sistema constituído de duas forças de mesmas intensidade e direção aplicadas em sentidos opostos em diferentes pontos de um corpo. Esse sistema tende a produzir rotação apenas no corpo em que é aplicado. Além disso, só pode ser anulado pela aplicação de outro binário, cuja tendência de giro seja oposta. Outra característica do binário é que a força resultante sobre ele é nula.

O momento do binário é dado pelo módulo do momento resultante:




$$M_{F,O} = F \cdot d_1 + F \cdot d_2$$
$$M_{F,O} = F \cdot (d_1 + d_2)$$

Assim, o momento do binário equivale ao produto do módulo da força pela distância entre os dois pontos de sua aplicação, independente da posição em que fique o polo de momento de cada um deles.

Ainda se utiliza a distância entre os pontos da aplicação das forças, referida como **b**, medida a qual se dá o nome de braço de binário, ou seja:

$$M_B = F \cdot b$$

A aplicação de binários de forças é verificada em diversos dispositivos, como no giro de um botão de controle e na rotação de uma chave na fechadura, por exemplo.